

Методические указания и задания

к выполнению контрольной работы по дисциплине

«Прикладная механика»

для студентов-заочников

Общие требования к контрольной работе

Вариант числовых данных контрольной работы выбирается по номеру студенческого билета (задание 1) и **порядковому номеру** студента в списке группы (задание 2, задание 3). При отсутствии фамилии в таблице следует обратиться к преподавателю. (а. 1-325, т. 8 863 2738333).

| № варианта | Ф.И.О. студента |
|---------------|-------------------------------------|
| 1 | Берукашвили Анастасия Михайловна |
| 2 | Гринь Татьяна Васильевна |
| 3 | Камардина Анастасия Евгеньевна |
| 4 | Лимарева Елена Викторовна |
| 5 | Лукбанов Валерий Сергеевич |
| 6 | Майер Владислав Владимирович |
| 7 | Макаренко Алина Александровна |
| 8 | Мартынов Дмитрий Андреевич |
| 9 | Матухнов Владимир Игоревич |
| 10 | Никитина Софья Валерьевна |
| 11 | Осадченко Даниил Сергеевич |
| 12 | Пономаренко Александр Александрович |
| 13 | Тошпулотов Азизбек Фарход угли |
| 14 | Тынянко Анна Борисовна |

Контрольная работа оформляется в тетради или на листах формата А4.

При оформлении расчетов должны быть указаны формула в общем виде, подставленные в формулу численные значения параметров и раз-

мерности параметров. Расчеты должны выполняться с соответствующими пояснениями.

При оформлении работы необходимо указывать исходные данные по каждой задаче.

Студент должен выполнить и защитить данную контрольную работу.

З а д а н и е 1

Определить реакции двухопорной балки.

Выбор параметров для задания осуществляется следующим образом.

Пусть $N3$ – третья цифра в номере зачетки, $N4$ – четвертая, $N5$ – пятая, $N6$ – шестая, $N7$ – седьмая.

Тогда $a = N3 \cdot 0,1$ м ; $b = N4 \cdot 0,1$ м ; $c = N5 \cdot 0,1$ м ;

$P_1 = N6 \cdot 100$ Н ; $P_2 = N7 \cdot 100$ Н.

Схема балки выполняется без масштаба, но силы $P_1 = 400$ Н и $P_2 = 600$ Н располагаются с учетом значений $a = 0,3$ м, $b = 0,5$ м, $c = 0,8$ м,

Если $a = b$, внешние силы будут приложены в одной точке.

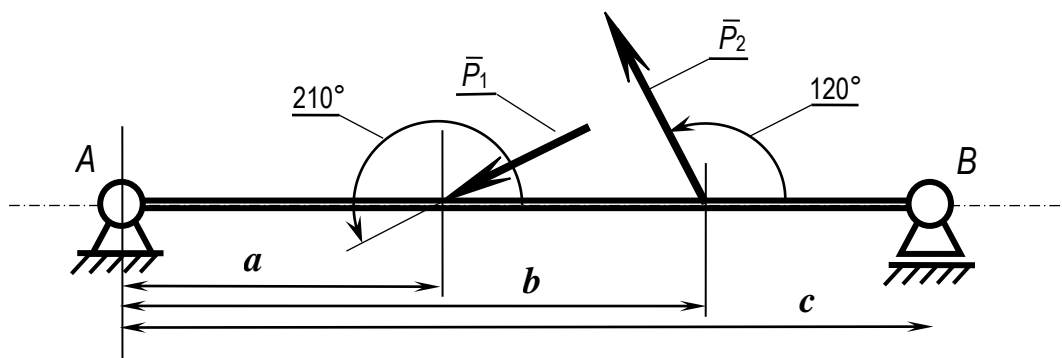


Схема балки.

Краткие теоретические сведения.

Твердое тело называется несвободным, если его перемещение в пространстве ограничено какими-либо другими телами. Все тела, которые так или иначе ограничивают перемещение данного тела, можно назвать его связями.

На несвободное тело действуют две группы внешних сил: **заданные силы** и **реакции связей**. Активные силы, как правило, бывают наперед заданными, а реакции связей неизвестны и их требуется определить.

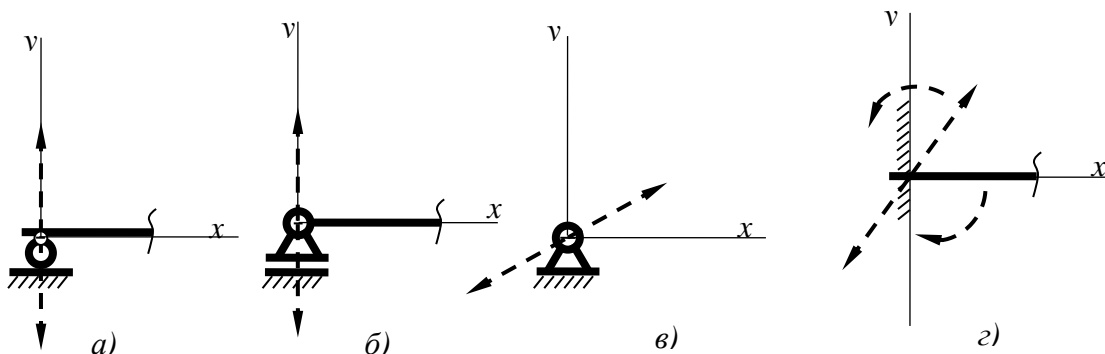
Реакции связей приложены к телу в точках соприкосновения тела со связью и направлены в сторону, противоположную той, куда связь не дает перемещаться телу.

Конкретное направление реакции связи определяется равнодействующей элементарных сил, распределенных по поверхностям соприкосновения тел и зависит от вида связи, ее расположения относительно тела и характера соприкосновения связи с телом.

Для определения реакций связей используют прием освобождения от связей. Не изменяя равновесия тела или системы тел, каждую связь, наложенную на систему, можно отбросить, заменив её действием реакции отброшенной связи.

Брус — тело с прямолинейной осью, у которого длина больше поперечных размеров.

Балка — тело, у которого длина значительно больше поперечных размеров. Балки имеют специальные опорные устройства для сопряжения с другими элементами и передачи на них усилий. При рассмотрении плоских систем опоры балок бывают трех основных типов.



Подвижная шарнирная опора (а). Такая опора не препятствует перемещению конца балки вдоль плоскости качения. В ней реакция, перпендикулярна плоскости качения и проходит через центр катка. Сочетание двух опор (б) приводит к аналогичному результату. Подвижные опоры дают возможность балке беспрепятственно изменять свою длину при изменении температуры и тем самым устраняют возможность появления температурных напряжений.

Неподвижная шарнирная опора (в). Такая опора допускает только вращение конца балки. Возникающие в ней реакции проходят через ось шарнира.

Жесткая заделка (г). Такое закрепление не допускает ни линейных, ни угловых перемещений опорного сечения. В общем случае взаимодействие тел в этой опоре характеризуется реакцией и моментом защемления. Балка с одним заделанным концом называется консольной балкой или просто консолью.

Если для определения опорных реакций достаточно уравнений статики, то балки называют статически определимыми. В противном случае балки называют статически неопределимыми.

Если для системы сил главный вектор и главный момент (относительно произвольного центра приведения) равны нулю, то она находится в равновесии относительно выбранной системы отсчета.

Пример выполнения.

Задание.

Определить реакции в опорах плоской балки, нагруженной силами \bar{P}_1 и \bar{P}_2 .

Исходные данные.

Значения внешних сил: $P_1 = 400 \text{ Н}$ и $P_2 = 600 \text{ Н}$.

Линейные размеры: $a = 0,3 \text{ м}$, $b = 0,5 \text{ м}$, $c = 0,8 \text{ м}$

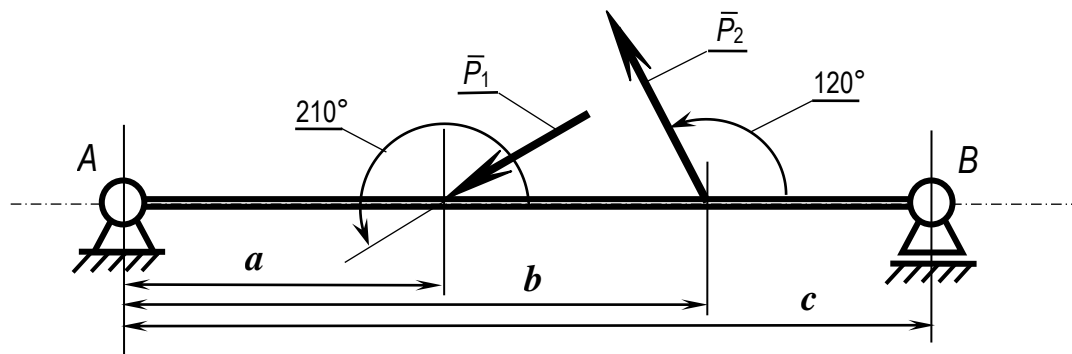


Схема балки.

Решение.

Для решения задачи используем метод освобождения от связей. На основании заданных данных выполняем расчетную схему (см. рис.1.2).

Уравнения равновесия используются полностью в скалярном виде

$$\begin{cases} \sum M(\bar{F}) = 0 \\ \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$$

или силы суммируются в векторной форме

$$\begin{cases} \sum M(\bar{F}) = 0 \\ \sum \bar{F} = 0 \end{cases}$$

В каждом из этих вариантов уравнения могут использоваться как все вместе, так и по отдельности.

Выполняется на одной отдельной странице !

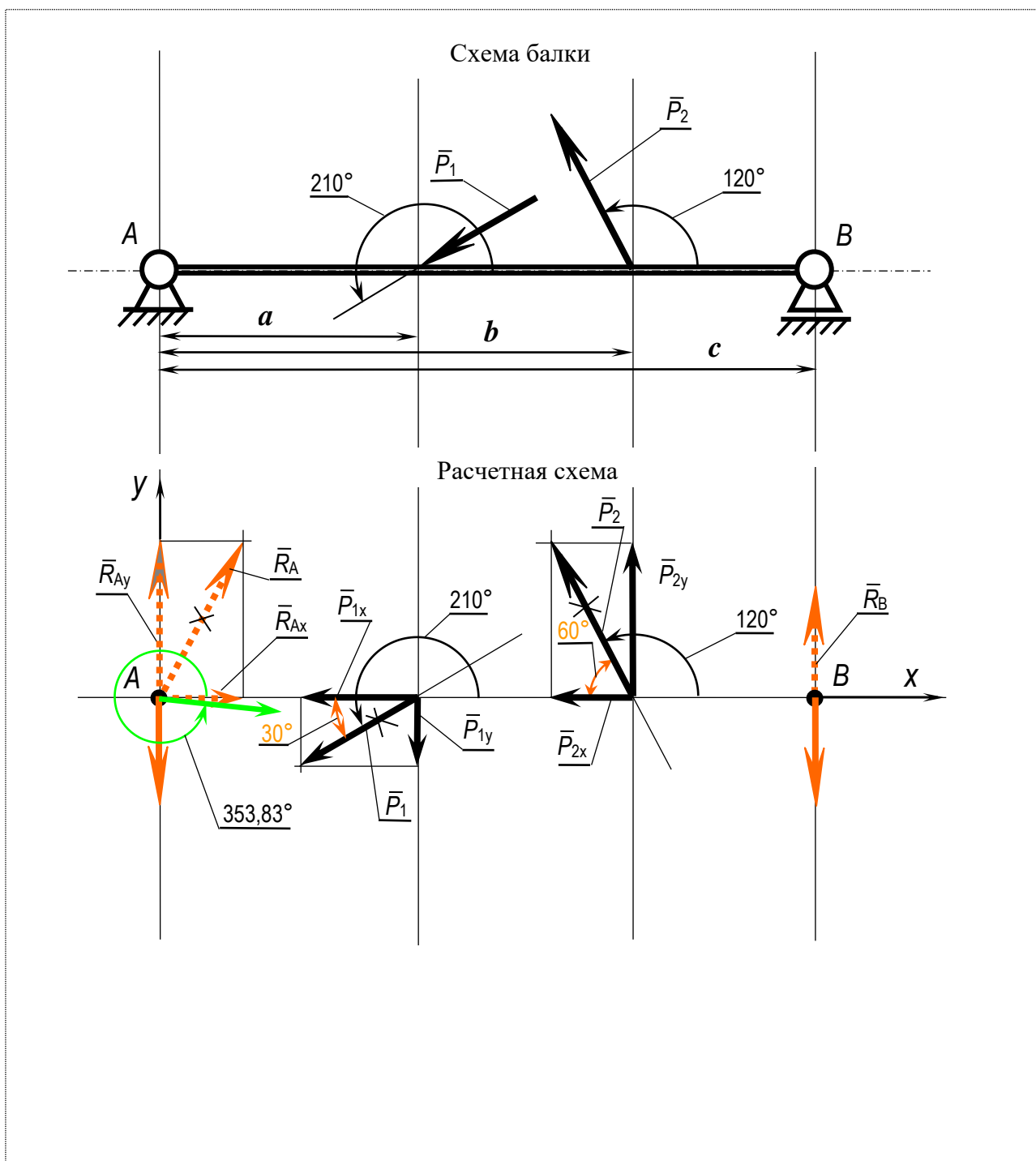


Рис. 1.1. Схема балки и расчетная схема.

Определяем значения проекций векторов сил \bar{P}_1 и \bar{P}_2 на координатные оси x и y .

Можно просто рассматривать треугольники, получаем:

$$P_{1y} = P_1 \cdot \sin 30^\circ = 400 \cdot 0,5 = 200,00 \text{ Н};$$

$$P_{1x} = P_1 \cdot \cos 30^\circ = 400 \cdot 0,866 = 346,41 \text{ Н};$$

$$P_{2y} = P_2 \cdot \sin 60^\circ = 600 \cdot 0,866 = 519,62 \text{ Н};$$

$$P_{2x} = P_2 \cdot \cos 60^\circ = 600 \cdot 0,5 = 300,00 \text{ Н}.$$

Для определения знаков проекций в этом случае используем графические изображения векторов на расчетной схеме (см. рис.1.1).

Можно использовать углы векторов, тогда значения проекций получаются сразу с соответствующим знаком:

$$P_{1y} = P_1 \cdot \sin 210^\circ = 400 \cdot (-0,5) = -200,00 \text{ Н};$$

$$P_{1x} = P_1 \cdot \cos 210^\circ = 400 \cdot (-0,866) = -346,41 \text{ Н};$$

$$P_{2y} = P_2 \cdot \sin 120^\circ = 600 \cdot 0,866 = 519,62 \text{ Н};$$

$$P_{2x} = P_2 \cdot \cos 120^\circ = 600 \cdot (-0,5) = -300,00 \text{ Н}.$$

Далее для определения значения R_B реакции \bar{R}_B используем скалярное уравнение равновесия:

$$\sum M_A (\bar{F}_y) = 0, \text{ моменты определяются относительно точки } A.$$

Знака момента положительный, если сила поворачивает плечо силы относительно центра вращения против часовой стрелки.

$$-P_{1y} \cdot a + P_{2y} \cdot b + R_B \cdot c = 0;$$

$$R_B = \frac{P_{1y} \cdot a + P_{2y} \cdot b}{c} = \frac{200 \cdot 3 - 519,62 \cdot 5}{8} = -249,76 \text{ Н}.$$

Знак «минус» указывает на то, что произвольно выбранное направление \bar{R}_B (вектор, показанный пунктиром на расчетной схеме) нужно изменить на противоположное (вектор, показанный сплошной линией).

Далее для определения значения реакции \bar{R}_{Ay} используем скалярное уравнение равновесия:

$$\sum M_B (\bar{F}_y) = 0, \text{ центр момента – точка } A.$$

$$-R_{Ay} \cdot c + P_{1y} \cdot (c - a) - P_{2y} \cdot (c - b) = 0;$$

$$R_{A_y} = \frac{P_{1_y} \cdot (c - a) - P_{2_y} \cdot (c - b)}{c} = \frac{200 \cdot 5 - 519,62 \cdot 3}{8} = -69,85 \text{ Н.}$$

Знак «минус» требует изменить направление вектора \bar{R}_{A_y} на противоположное (см. рис.3).

$$\text{Проверка: } \sum F_y = 0;$$

$$-R_{A_y} - P_{1_y} + P_{2_y} - R_B = -69,85 - 200,00 + 519,62 - 249,76 = 0,01 \text{ Н.}$$

Проверка сошлась.

Далее для определения значения реакции \bar{R}_{A_x} используем скалярное уравнение равновесия (здесь также необходимо учитывать знак проекции):

$$\sum F_x = 0;$$

$$R_{A_x} - P_{1_x} - P_{2_x} = 0;$$

$$R_{A_x} = P_{1_x} + P_{2_x} = 346,41 + 300,00 = 646,61 \text{ Н.}$$

Теперь можем определить значение и угол вектора \bar{R}_A (показан на расчетной схеме без масштаба зеленым цветом).

$$R_A = \sqrt{R_{A_x}^2 + R_{A_y}^2} = \sqrt{646,41^2 + (-69,85)^2} = 659,7 \text{ Н.}$$

$$\alpha_{R_A} = \arctg \frac{R_{A_y}}{R_{A_x}} = \arctg \frac{(-69,85)}{646,41} = \arctg (-0,10806) = -6,17^\circ.$$

З а д а н и е 2

Провести кинематический анализ зубчатого механизма.

Выбор варианта чисел зубьев осуществляется по последним двум цифрам зачетной книжки. Пусть номер *****37. По предпоследней цифре определяются числа зубьев планетарного механизма в составе заданного: $Z_1 = 19$; $Z_3 = 24$; $Z_4 = 73$. По последней цифре определяются числа зубьев рядового механизма в составе заданного: $Z_5 = 23$; $Z_6 = 27$; $Z_7 = 77$.

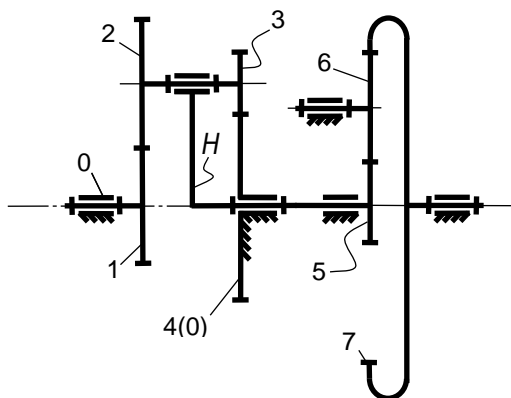


Схема многозвездного зубчатого механизма

Варианты чисел зубьев колес планетарного механизма

| Параметр | Вариант | | | | | | | | | |
|----------|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| | Значение параметра | | | | | | | | | |
| Z_1 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| Z_3 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 |
| Z_4 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |

Варианты чисел зубьев колес рядового механизма

| Параметр | Вариант | | | | | | | | | |
|----------|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| | Значение параметра | | | | | | | | | |
| Z_5 | 15 | 14 | 13 | 16 | 17 | 18 | 23 | 22 | 21 | 19 |
| Z_6 | 25 | 27 | 30 | 28 | 29 | 31 | 27 | 25 | 23 | 21 |
| Z_7 | 65 | 68 | 73 | 72 | 75 | 80 | 77 | 72 | 67 | 61 |

Определить передаточное отношение зубчатого механизма, считая входным вал колеса 1.

Зубчатые колеса считать нулевыми с одинаковым модулем, недостающие числа зубьев планетарного механизма определить из условия соосности, число сателлитов k принимать равным 1.

Краткие теоретические сведения.

Простейший плоский зубчатый механизм образуют два цилиндрических колеса, находящихся в зацеплении (рис. 2.1а – внешнее зацепление; рис. 2.1б – внутреннее зацепление)

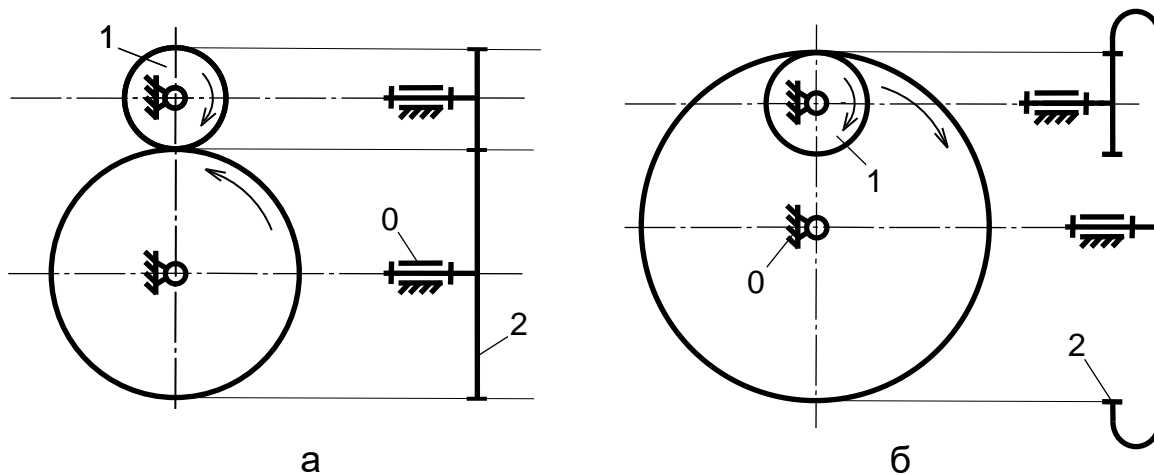


Рис. 2.1. Схема трехзвенного зубчатого механизма

Передаточное отношение такого механизма определяется по формуле

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{r_2}{r_1} = \pm \frac{z_2}{z_1},$$

где ω_1 и ω_2 — значения угловых скоростей колес;

r_1 и r_2 — радиусы начальных окружностей колес;

z_1 и z_2 — количество зубьев колес.

Знак « $-$ » указывает на противоположное направление вращения колес, что соответствует внешнему зацеплению (рис. 2.11, а). Знак « $+$ » указывает на одинаковое направление вращения колес, что соответствует внутреннему зацеплению (рис. 2.1, б).

Плоские цилиндрические зубчатые механизмы подразделяются на механизмы с *неподвижными* осями вращения колес и на механизмы, имеющие колеса, оси вращения которых *подвижны*.

Механизмы с неподвижными осями вращения колес подразделяются на *рядовые* (рис. 2.2) и *ступенчатые* (рис. 2.3). Передаточное отношение та-

ких механизмов определяется произведением передаточных отношений пар колес, находящихся в зацеплении и вычисляется по формулам:

для рядового механизма —

$$u_{1j} = \frac{\omega_1}{\omega_j} = u_{12} \cdot u_{23} \cdot \dots \cdot u_{(j-1)j} = (-1)^t \cdot \frac{z_j}{z_1}; \quad (1)$$

для ступенчатого механизма —

$$u_{1j} = \frac{\omega_1}{\omega_j} = u_{12} \cdot u_{34} \cdot \dots \cdot u_{(j-1)j} = (-1)^t \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot \dots \cdot \frac{z_j}{z_{j-1}}, \quad (2)$$

где $1, 2, \dots, j$ — номер колеса;

t — число пар колес внешнего зацепления (определяется визуально при наличии механизма или по его кинематической схеме).

Планетарным механизмом называется зубчато–рычажный механизм с подвижными осями вращения некоторых колес (рис. 2.4).

Звено, на котором располагаются подвижные оси зубчатых колес называется **водилом** (H), а колеса с подвижными осями вращения — **сателлитами** или **планетарными колесами** (2, 3). Колеса с неподвижными осями вращения называются **солнечными** или **центральными** (1), неподвижное колесо называется **опорным** (4).

Передаточное отношение планетарного механизма $u_{\text{пл}} = u_{1H}^{(4)}$ определяется по формуле:

$$u_{1H}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - u_{14}^{(H)}, \quad \text{где } u_{14}^{(H)} = u_{12}^{(H)} \cdot u_{34}^{(H)} = (-1)^t \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}. \quad (3)$$

Верхний индекс в скобках указывает неподвижное звено (т.е. звено, являющееся стойкой). Передаточное отношение $u_{14}^{(H)}$ называют передаточным отношением *обращенного механизма*, т.е. механизма, полученного сообщением

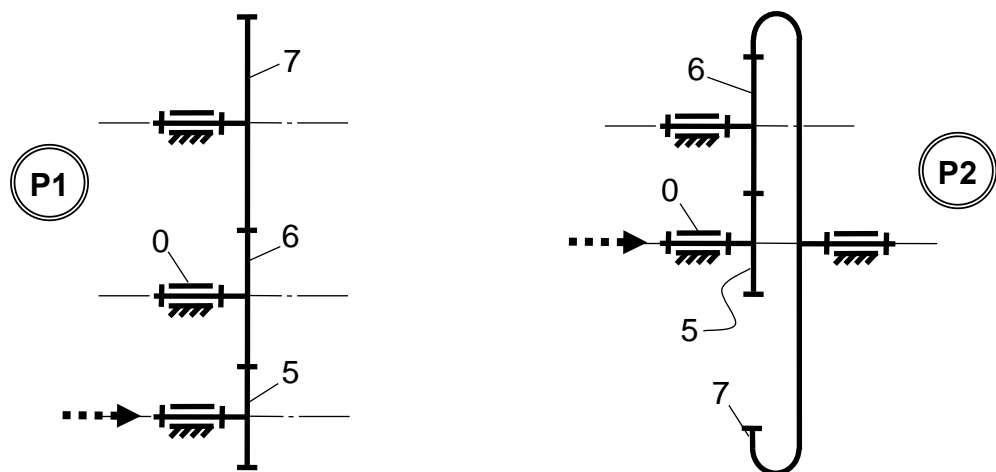


Рис. 2.2. Схемы многозвенных рядовых зубчатых механизмов

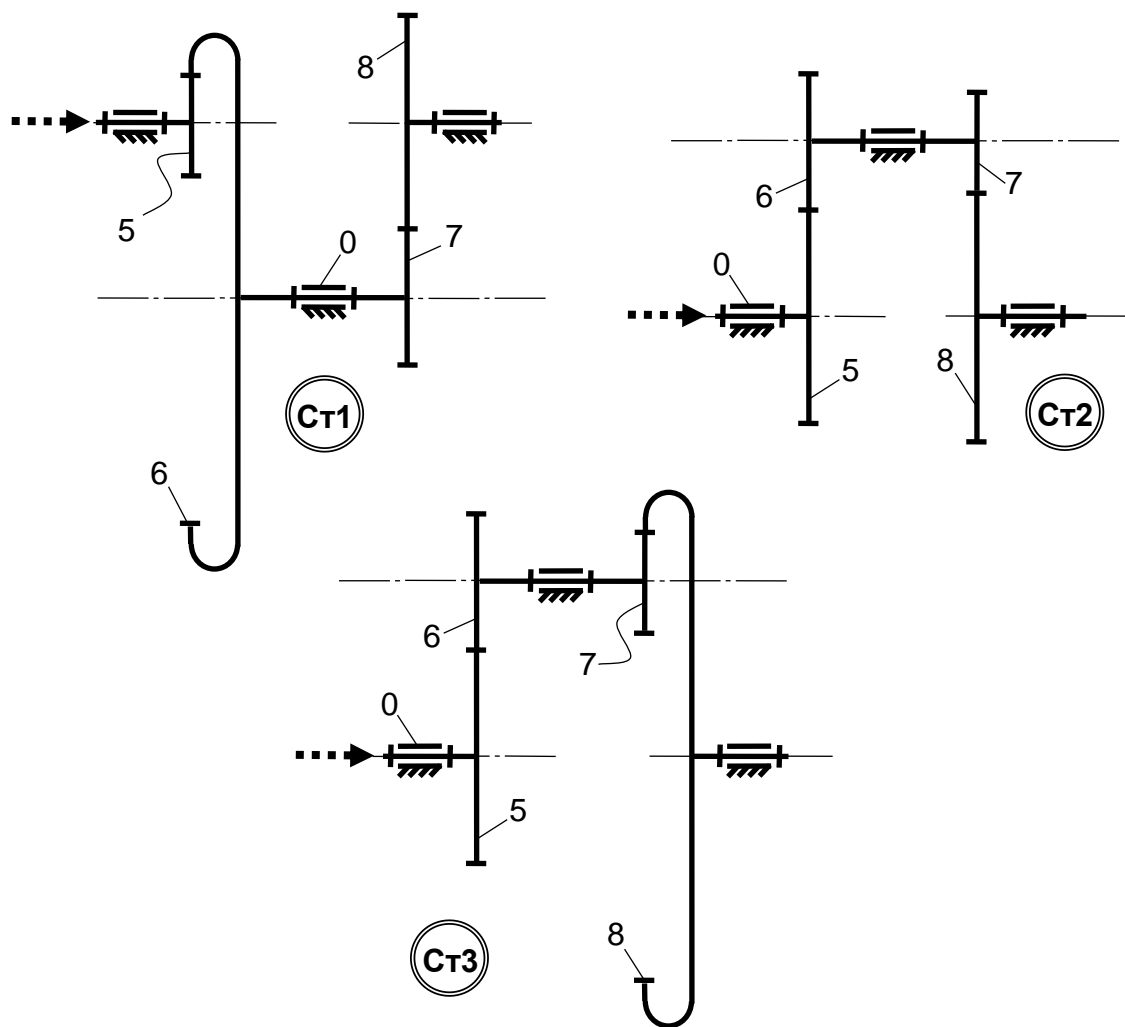


Рис. 2.3. Схемы многозвенных ступенчатых зубчатых механизмов

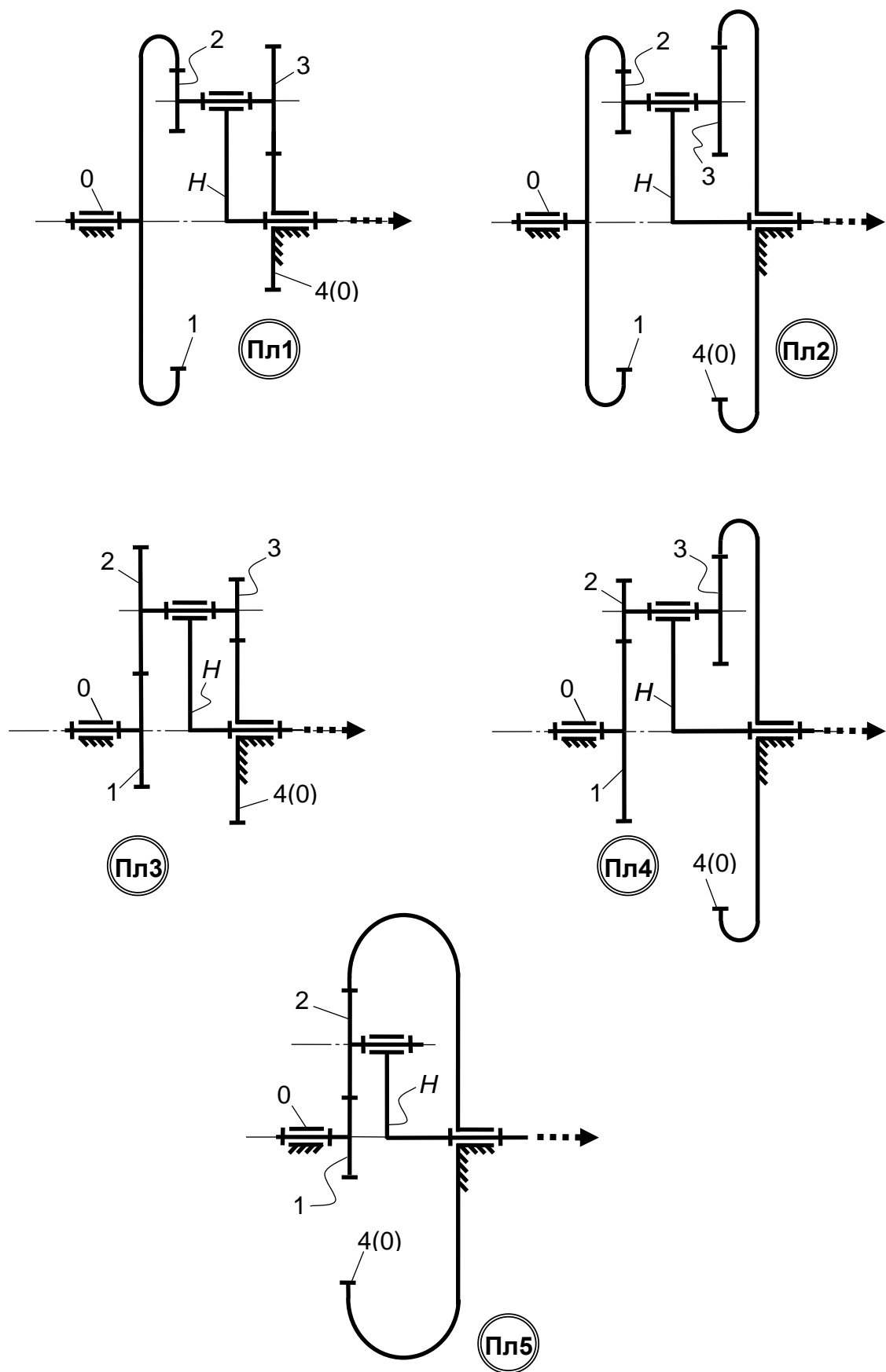


Рис. 2.4. Схемы планетарных механизмов

всем звеньям планетарного механизма угловой скорости $(-\overline{\omega}_H)$. Такой прием называется *методом обращения движения*. При этом опорное колесо становится подвижным, а водило – неподвижным. В результате получается ступенчатый механизм с неподвижными осями вращения всех колес. Для схемы **Пл5** можно использовать формулу 3, приняв $z_2 = z_3$. Обращенный механизм получается рядовой и формула, определяющая его передаточное отношение упрощается:

$$u_{14}^{(H)} = -\frac{z_4}{z_1}.$$

Оси вращения центрального колеса 1 и водила H располагаются вдоль одной прямой, сателлиты 2 и 3 также имеют общую ось вращения. Условие соосности записывается в виде равенств для радиусов начальных окружностей или (если модули всех колес одинаковы) чисел зубьев колес:

| | | | | |
|-----------|------------|-------------------------|-----|---------------------------|
| для схемы | Пл1 | $r_1 - r_2 = r_3 + r_4$ | или | $z_1 - z_2 = z_3 + z_4$; |
| для схемы | Пл2 | $r_1 - r_2 = r_4 - r_3$ | или | $z_1 - z_2 = z_4 - z_3$; |
| для схемы | Пл3 | $r_1 + r_2 = r_3 + r_4$ | или | $z_1 + z_2 = z_3 + z_4$; |
| для схемы | Пл4 | $r_1 + r_2 = r_4 - r_3$ | или | $z_1 + z_2 = z_4 - z_3$; |
| для схемы | Пл5 | $r_1 + r_2 = r_4 - r_2$ | или | $z_1 + z_2 = z_4 - z_2$. |

Пример выполнения.

Задание.

Определить передаточное отношение зубчатого механизма, считая входным вал колеса 1.

Зубчатые колеса считать нулевыми с одинаковым модулем, недостающие числа зубьев планетарного механизма определить из условия соосности, число сателлитов k принимать равным 1.

Многозвенный зубчатый механизм представляет собой последовательное соединение механизмов, схемы которых приведены на рисунках 2.4 и 2.2.

Пример схемы такого механизма приведен на рис. 2.5.

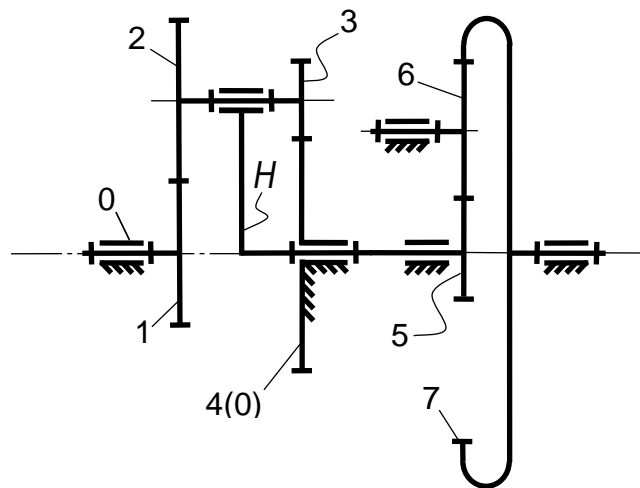


Рис. 2.5. Схема многозвенного зубчатого механизма

Решение

Общее передаточное отношение механизма определяется произведением передаточного отношения планетарного механизма (см. форм. 3) и рядового (см. форм. 1):

$$u_{17} = u_{1H}^{(4)} \cdot u_{57}, \quad \text{где} \quad u_{1H}^{(4)} = u_{\text{пл}} = 1 - u_{14}^{(H)}; \quad u_{57} = u_{56} \cdot u_{67}.$$

Пусть вариант чисел зубьев колес будет таким: $z_1=15$; $z_3=13$; $z_4=37$; $z_5=15$; $z_6=27$; $z_7=42$. Схема обращенного зубчатого механизма представлена на рис. 6.

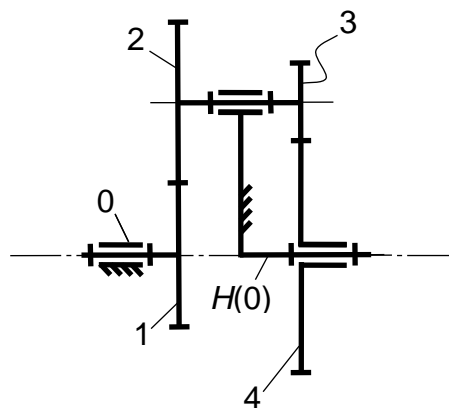


Рис. 2.6. Схема обращенного зубчатого механизма

Далее необходимо определить z_3 из условия соосности для планетарного механизма:

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4; \rightarrow z_2 = z_3 + z_4 - z_1 = 13 + 37 - 15 = 35,$$

затем передаточное отношение обращенного механизма (это ступенчатый механизм, см. рис. 6):

$$u_{14}^{(H)} = u_{12}^{(H)} \cdot u_{34}^{(H)} = (-1)^t \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = (-1)^2 \cdot \frac{35}{15} \cdot \frac{37}{13} = 6,64,$$

$$u_{1H}^{(4)} = 1 - u_{14}^{(H)}, \quad \text{где } u_{14}^{(H)} = u_{12}^{(H)} \cdot u_{34}^{(H)} = (-1)^t \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}$$

затем передаточное отношение планетарного механизма:

$$u_{1H}^{(4)} = 1 - u_{14}^{(H)} = 1 - 6,64 = -5,64$$

и передаточное отношение рядового механизма:

$$u_{57} = u_{56} \cdot u_{67} = (-1)^1 \cdot \frac{z_6}{z_5} \cdot \frac{z_7}{z_6} = -\frac{z_7}{z_5} = -\frac{42}{15} = -2,8.$$

Общее передаточное отношение механизма равно:

$$u_{17} = u_{1H}^{(4)} \cdot u_{57} = (-5,64) \cdot (-2,8) = 15,79.$$

В приведенном примере рассмотрены:

рядовой механизм с неподвижными осями вращения колес

(рис.5, колеса 5, 6, 7);

ступенчатый механизм с неподвижными осями вращения колес

(рис.6, колеса 1, 2, 3, 4);

и планетарный механизм (рис.5, колеса 1, 2, 3, 4, водило Н).

З а д а н и е 3

Определить прочность двухопорной балки.

Схема нагружения дана на рис.3.1, поперечное сечение балки – на рис.3.2, Выбор параметров для задания осуществляется следующим образом.

Пусть N_4 – четвертая цифра в номере зачетки, N_5 – пятая, N_6 – шестая, N_7 – седьмая.

Тогда $a = N_4 \cdot 0,1$ м ; $b = N_5 \cdot 0,1$ м ; $l = a + b$;

$P_1 = N_6 \cdot 100$ Н; $P_2 = N_7 \cdot 100$ Н.

(Если равны нулю одновременно и N_6 и N_7 , то их следует заменить на N_4 и N_5 .)

Материал балки – сталь Ст3 ; допускаемое изгибное напряжение $[\sigma]_{\text{из}} = 140$ МПа; $B = 10$ мм , $H = 17$ мм.

Схема балки соответствует случаю, когда $a < b$

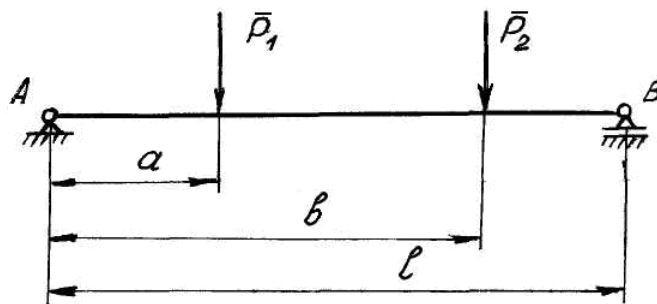


Схема балки соответствует случаю, когда $a > b$

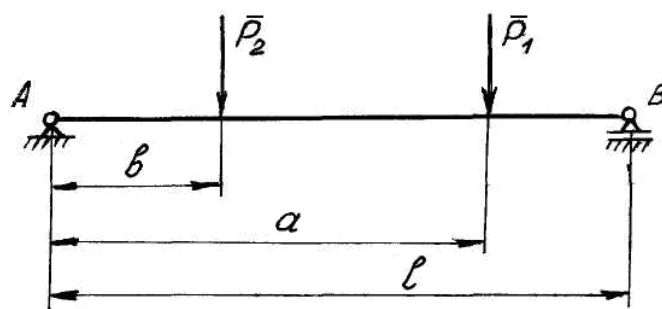


Схема балки соответствует случаю, когда $a = b$.

Участка будет два.

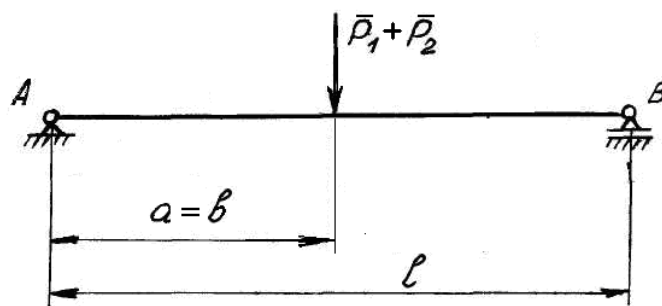


Рис.3.1. Схема балки.

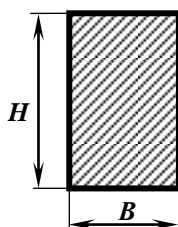


Рис.3.2. Сечение балки.

Краткие теоретические сведения.

При решении практических задач с использованием методов науки о сопротивлении материалов могут встретиться два типовых случая.

Первый случай — известны внешние силовые факторы (силы, моменты), приложенные к детали, и материал детали. Требуется определить размеры поперечного сечения детали. Такая задача называется **проектным расчетом** и решается так. По справочным данным определяют допускаемые напряжения. Искомые размеры поперечного сечения детали будут тем меньше (экономически это, естественно, более целесообразно), чем большие действительные напряжения мы допустим в ней. Поэтому мысленно действительные напряжения приравнивают к самым большим безопасным, т. е. допускаемым напряжениям. Затем, применив метод сечений, определяют внутренние силовые факторы (силы, моменты). В заключение, зная допускаемые напряжения и внутренние силовые факторы, определяют размеры поперечного сечения по расчетным формулам, в которых учитывается, как распределены внутренние силы упругости в сечении.

Второй случай — известны внешние силовые факторы (силы, моменты), действующие на деталь, материал детали и размеры ее поперечного сечения. Требуется проверить прочность детали. Такая задача называется **проверочным расчетом**. В этом случае определяют действительные напряжения, сравнивают их с допускаемыми и делают вывод о прочности. Деталь будет прочной, если окажется выполненным следующее условие: действительные напряжения меньше допускаемых или равны им. Величина допускаемых напряжений выбирается, как и в первом случае, по справочникам, а величина действительных напряжений определяется по внутренним силовым факторам и размерам поперечного сечения в соответствии с расчетными формулами для каждого вида деформации.

Как следует из задания, необходимо выполнить проверочный расчет. Балка находится под действием силы и реакций опор, перпендикулярных оси балки. Следовательно, она испытывает деформацию поперечного изгиба. В сечении действуют следующие внутренние силовые факторы: поперечная сила и изгибающий момент.

Первый фактор — есть следствие деформации сдвига, а второй — следствие деформации изгиба. Как показала практика, главную опасность для прочности материала при поперечном изгибе представляют нормальные напряжения, поэтому можно пренебречь явлением сдвига, т. е. не учитывать внутренние поперечные силы и соответствующие им касательные напряжения. При определении нормальных напряжений необходимо определить распределение изгибающего момента по длине балки (эпюру изгибающих моментов). Для этого используется метод сечений.

Пример выполнения.

Задание

Определить прочность двухопорной балки.

Для решения задачи:

- построить эпюру изгибающих моментов;
- определить максимальные изгибные напряжения;

обосновать прочность балки, сопоставив максимальные и допускаемые напряжения, в случае необходимости выбрать параметры B и H , обеспечивающие необходимую прочность.

Исходные данные.

Схема балки.

Значения внешних сил: $P_1 = 700$ Н и $P_2 = 300$ Н. Линейные размеры: $a = 0,3$ м, $b = 0,7$ м, $l = 0,9$ м.

Поперечное сечение балки – прямоугольник со сторонами $B = 10$ мм и $H = 17$ мм. Материал балки – сталь Ст3, допускаемое изгибное напряжение $[\sigma]_{из} = 140$ МПа.

Решение.

На основании заданных данных выполняем на отдельной странице (см. стр.4) **схему балки** (ориентируясь по рис.1), затем **расчетную схему**.

Определим реакции \bar{R}_A и \bar{R}_B .

Реакцию \bar{R}_A разложим на две составляющие: $\bar{R}_A = \bar{R}_{Ax} + \bar{R}_{Ay}$.

Для определения реакций используем уравнения равновесия. Всего действует четыре силы. Учитывая, что силы \bar{P}_1 , \bar{P}_2 и \bar{R}_B расположены вертикально и проекции этих сил на ось x равны нулю, получаем:

$$\sum_1^4 F_{x_i} = R_{Ax} = 0, \text{ следовательно } \bar{R}_A = \bar{R}_{Ay}.$$

Определим значения вертикальных реакций $\bar{R}_{Ay} = \bar{R}_A$ и \bar{R}_B .

$$\sum_1^3 M_A(\bar{F}) = -P_1 \cdot a - P_2 \cdot b + R_B \cdot l = 0;$$

$$R_B = \frac{P_1 \cdot a + P_2 \cdot b}{l} = \frac{700 \cdot 0,3 + 300 \cdot 0,7}{0,9} = 466,67 \text{ Н.}$$

$$\sum_1^3 M_B(\bar{F}) = P_1 \cdot (l - a) + P_2 \cdot (l - b) - R_A \cdot l = 0;$$

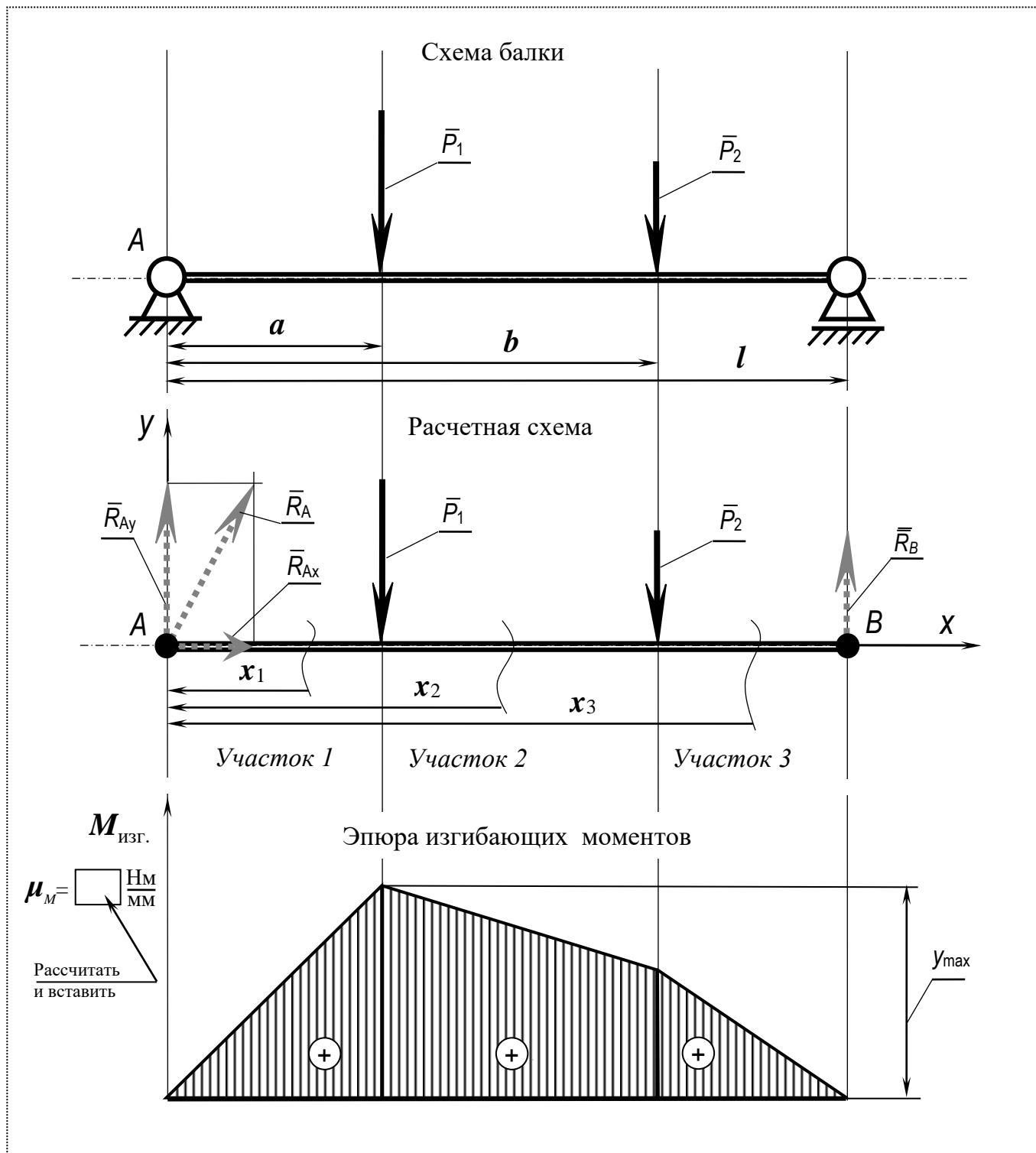
$$R_A = \frac{P_1 \cdot (l - a) + P_2 \cdot (l - b)}{l} = \frac{700 \cdot 0,6 + 300 \cdot 0,2}{0,9} = 533,33 \text{ Н.}$$

Выполняем проверку:

$$\sum_1^4 F_{y_i} = 0; \quad R_A - P_1 - P_2 + R_B = 533,33 - 700 - 300 + 466,67 = 0.$$

Проверка сошлась.

(Эти схемы выполнять вместе на отдельной странице!)



Последовательность построения эпюры.

Основной задачей сопротивления материалов является определение минимально необходимых размеров детали, обеспечивающих ее работоспособность. Отсюда следует, что для решения основной задачи сопротивления материалов необходимо прежде всего по внешним силам определить внутренние силы упругости. Для этого применяют метод сечений.

Учитывая схему нагружения (см. рис. 3.1), разбиваем балку по длине на участки.

Определим **изгибающие моменты** на каждом участке нагружения, используя метод сечений. Момент считается положительным, если он прогибает балку выпуклостью вниз.

$$\text{Участок 1. } 0 \leq x_1 \leq a \quad M_1 = R_A \cdot x_1$$

Тогда на границах участка:

$$M_{1(x=0)} = R_A \cdot x_1 = 533,33 \cdot 0 = 0.$$

$$M_{1(x=a)} = R_A \cdot x_1 = 533,33 \cdot 0,3 = 159,99 \text{ Нм.}$$

$$\text{Участок 2. } a \leq x_2 \leq b \quad M_2 = R_A \cdot x_2 - P_1 \cdot (x_2 - a)$$

Тогда на границах участка:

$$\begin{aligned} M_{2(x=a)} &= R_A \cdot x_2 - P_1 \cdot (x_2 - a) = \\ &= 533,33 \cdot 0,3 - 700 \cdot 0 = 159,99 \text{ Нм;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{2(x=b)} &= R_A \cdot x_2 - P_1 \cdot (x_2 - a) = \\ &= 533,33 \cdot 0,7 - 700 \cdot 0,4 = 93,33 \text{ Нм.} \end{aligned}$$

$$\text{Участок 3. } b \leq x_3 \leq l \quad M_3 = R_A \cdot x_3 - P_1 \cdot (x_3 - a) - P_2 \cdot (x_3 - b)$$

Тогда на границах участка:

$$\begin{aligned} M_{3(x=b)} &= R_A \cdot x_3 - P_1 \cdot (x_3 - a) - P_2 \cdot (x_3 - b) = \\ &= 533,33 \cdot 0,7 - 700 \cdot 0,4 - 300 \cdot 0 = 93,33 \text{ Нм;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{3(x=l)} &= R_A \cdot x_3 - P_1 \cdot (x_3 - a) - P_2 \cdot (x_3 - b) = \\ &= 533,33 \cdot 0,9 - 700 \cdot 0,6 - 300 \cdot 0,2 = 0,003 \text{ Нм.} \end{aligned}$$

Строим эпюру изгибающих моментов.

Выбираем масштабный коэффициент для изгибающего момента: (определяется местом на графической части, где будет строиться эпюра; для построений в тетради значение y_{\max} можно принять равным 50–60 мм)

$$\mu_M = \frac{M_{\max}}{y_{\max}} \left[\frac{\text{Нм}}{\text{мм}} \right] \quad (\text{необходимо вычислить}).$$

Определяем ординаты, соответствующие величинам моментов на границах участков, т.к. при заданном нагружении на всех участках эпюры будут прямыми линиями и для их построения достаточно двух точек на каждом участке:

$$\mu_M = \frac{M_{\max}}{y_{\max}}; \quad y_i = \frac{M_i}{\mu_M} \left[\frac{H_{\text{М} \cdot \text{мм}}}{H_{\text{М}}} \right],$$

где $i = 1$ (при $x_1 = 0$), 2 (при $x_1 = x_2 = a$), 3 (при $x_2 = x_3 = b$), 4 (при $x_3 = l$).
(Необходимо вычислить все y_i).

Теперь по полученным значениям строим эпюру. Момент считается положительным, если он прогибает балку выпуклостью вниз.

Опасное сечение находится там, где момент принимает максимальное значение. В данном случае на границе первого и второго участка. (Это для данных и вычислений примера, а у Вас должно быть так, как получится в расчетах).

Условие прочности $\sigma_{\text{из max}} \leq [\sigma]_{\text{из}} = 140 \text{ МПа}$,

$$W_x = \frac{B \cdot H^2}{6} = \frac{10 \cdot 17^2}{6} = 481,67 \text{ мм}^3;$$

$$\sigma_{\text{из max}} = \frac{|M_{\max}|}{W_x} = \frac{159,99 \cdot 10^3}{481,67} = 332,17 \text{ МПа}.$$

Условие прочности не выполняется. для его выполнения необходимо изменить размеры сечения балки. Например, взяв $B = 12 \text{ мм}$ и $H = 25 \text{ мм}$, получаем:

$$W_x = \frac{B \cdot H^2}{6} = \frac{12 \cdot 25^2}{6} = 1250 \text{ мм}^3;$$

$$\sigma_{\text{из max}} = \frac{|M_{\max}|}{W_x} = \frac{159,99 \cdot 10^3}{1250} = 127,99 \text{ МПа}.$$

Условие прочности выполняется.

Список литературы

1. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов. Учебное пособие. М.: Высшая школа, 2002.
2. Сапрыкин, В.Н. Техническая механика : учеб. / В. Н. Сапрыкин. - 2-е изд., испр. - М. : ЭКСМО, 2005.
3. Лачуга Ю.Ф. и др. Теория механизмов и машин. М.: Изд. Колосс, 2006.
4. Вереина, Л.И. Основы технической механики : учеб. пособие для вузов / Л. И. Вереина, М. М. Краснов. - 2-е изд., стер. - М. : АCADEMIA, 2009.
5. Винокуров, В.Н. Основы технической механики : учеб.-метод. пособие / В. Н. Винокуров, В. В. Ильяков, А. А. Котов ; Моск. гос. ун-т леса. - М. : Изд-во МГУЛ, 2008.
6. Ровеньков Е.Д. и др. Комплексный анализ кривошипно-ползунного механизма. Метод. указ. к курсовой работе. Ростов н/Д, ДГТУ, 2010.
7. Ровеньков Е.Д. и др. Кинематический анализ механизма. Метод. указ. к лабораторной работе по технической механике. Ростов н/Д, ДГТУ, 2010.